

CALCOLO DELLA DISTANZA MASSIMA DALLA QUALE SI PUÒ OSSERVA LA SOMMITÀ DI UN OGGETTO

Supponiamo che la Terra sia perfettamente sferica di raggio R ed indichiamo con h l'altezza del nostro punto di osservazione e con h' l'altezza dell'oggetto distante da osservare. Indichiamo infine con d la distanza sulla superficie terrestre fra noi e l'oggetto da osservare. La situazione considerata è mostrata nella seguente Figura 1.

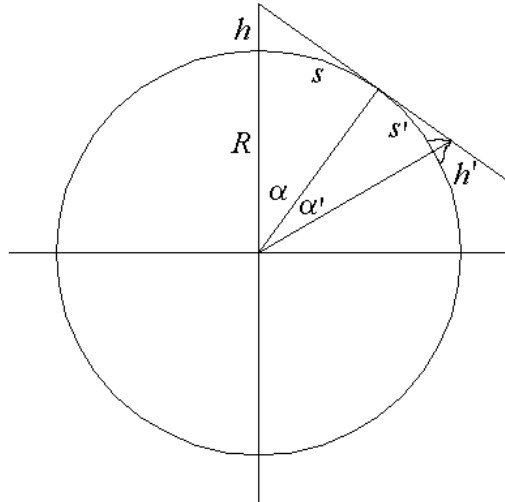


Figura 1

Dalla Figura 1 e con le notazioni in essa riportate, si vede che:

$$s = \alpha R \quad ; \quad R = (R + h) \cos \alpha \quad (1)$$

$$s' = \alpha' R \quad ; \quad R = (R + h') \cos \alpha' \quad (2)$$

$$d = s + s' \quad (3)$$

Ricavando i valori di α ed α' dalla seconda delle (1) e (2), si ottiene quindi:

$$d = R \left[\arccos \left(\frac{R}{R+h} \right) + \arccos \left(\frac{R}{R+h'} \right) \right] \quad (4)$$

Questa è la formula cercata, che nel caso in cui risulti $h, h' \ll R$ (come solitamente avviene), si può semplificare nella seguente:

$$d = \sqrt{2R} (\sqrt{h} + \sqrt{h'}) \quad (5)$$

E' facile provare infatti che se $x \ll 1$:

$$\arccos \left(\frac{1}{1+x} \right) = \sqrt{2x} - \frac{5}{12} x \sqrt{2x} + \dots \quad (6)$$

Utilizzando la (4) o più semplicemente la (5), si possono risolvere tutti i principali problemi connessi con l'argomento di cui ci occupiamo. Si può infatti calcolare la distanza dell'orizzonte per un osservatore alla quota h : basta assumere $h' = 0$. Si può poi calcolare la quota alla quale porsi per osservare la sommità di un oggetto di assegnata altezza e distanza, oppure la minima altezza che deve avere un oggetto situato ad una data distanza perché la sua sommità sia visibile dalla quota alla quale ci si trova.

Chiaramente, per risolvere concretamente tutti questi problemi giova ricordare che il raggio terrestre medio ha il seguente valore:

$$R = 6371 \text{ Km} \tag{7}$$

Utilizzando per R questo valore, si trova allora, ad esempio, che l'orizzonte di un uomo dell'altezza di 1,80 m circa, è approssimativamente di 4,8 Km (pari a 2,67 mn).

M. G. Busato